ΚΡΟΥΣΕΙΣ 1

1.1 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;
Σε κάθε κρούση δύο ελεύθερων σφαιρών
α. ισχύει η αρχή διατήρησης της ενέργειας
β. ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας
γ. ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής
δ. αναπτύσσονται σχετικά μεγάλες δυνάμεις για μικρό χρονικό διάστημα
ε. τα κέντρα μάζας των σωμάτων κινούνται στην ίδια ευθεία πριν και μετά την κρούση.
στ. αναπτύσσονται σχετικά μικρές δυνάμεις για μεγάλο χρονικό διάστημα
ζ. αν $\Delta\vec{p_1}$ και $\Delta\vec{p_2}$ είναι οι μεταβολές ορμής των δύο σωμάτων ισχύει $\Delta\vec{p_1}+\Delta\vec{p_2}=0$.

1.2 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;
Σε κάθε **ελαστική** κρούση ελεύθερων δύο σωμάτων
α. ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής
β. ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας
γ. η κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια της κρούσης.
δ. αν $\Delta\vec{p_1}$ και $\Delta\vec{p_2}$ είναι οι μεταβολές ορμής των δύο σωμάτων ισχύει $\Delta\vec{p_1}=\Delta\vec{p_2}$
ε. Αν ΔK_1 και ΔK_2 είναι οι μεταβολές της κινητικής ενέργειας των δύο σωμάτων τότε ισχύει $\Delta K_1=-\Delta K_2$
στ. Η κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων πριν και μετά την κρούση διατηρείται σταθερή.
ζ. αν τα σώματα έχουν ίσες μάζες τότε ανταλλάσσουν ταχύτητες
η. τα σώματα παθαίνουν παροδική παραμόρφωση.

1.3 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;
Σε κάθε **ανελαστική** κρούση μεταξύ δύο ελεύθερων σωμάτων,
α. η ορμή του συστήματος δεν διατηρείται σταθερή
β. τα σώματα μετά την κρούση κινούνται πάντοτε χωριστά.
γ. η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος μειώνεται
δ. τα σώματα μετά την κρούση μένουν ενωμένα
ε. αν $\Delta\vec{p_1}$ και $\Delta\vec{p_2}$ είναι οι μεταβολές ορμής των δύο σωμάτων ισχύει $\Delta\vec{p_1}+\Delta\vec{p_2}=0$.
στ. υπάρχει μόνιμη παραμόρφωση
ζ. Αν ΔK_1 και ΔK_2 είναι οι μεταβολές ορμής των δύο σωμάτων ισχύει $\Delta K_1=-\Delta K_2$

1.4. Σφαίρα μάζας m_1 προσπίπτει με ταχύτητα υ_1 σε ακίνητη σφαίρα μάζας m_2, με την οποία συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση η σφαίρα μάζας m_1 γυρίζει πίσω με ταχύτητα μέτρου ίσου με αυτή που έχει η σφαίρα m_2 μετά την κρούση: Ο λόγος των δύο μαζών είναι:

α. $\frac{m_2}{m_1}=\frac{3}{2}$ β. $\frac{m_2}{m_1}=\frac{2}{3}$ **γ.** $\frac{m_2}{m_1}=3$

1.5 Ένα αυτοκίνητο Α μάζας Μ βρίσκεται σταματημένο σε κόκκινο φανάρι. Ένα άλλο αυτοκίνητο Β μάζας m, ο οδηγός του οποίου είναι απρόσεκτος, πέφτει στο πίσω μέρος του αυτοκινήτου Α. Η κρούση θεωρείται κεντρική και πλαστική. Αν αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα έχει το 1/3 της κινητικής ενέργειας που είχε μόλις πριν την κρούση, τότε θα ισχύει:

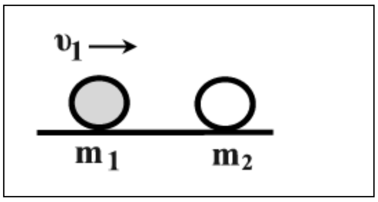
α. $\frac{m}{M}=\frac{1}{6}$ **β.** $\frac{m}{M}=\frac{1}{2}$ γ. $\frac{m}{M}=\frac{1}{3}$

ΚΡΟΥΣΕΙΣ 2

2.1 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες;
α. Μια κρούση 2 σωμάτων λέγεται πλάγια όταν οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση έχουν τυχαία διεύθυνση.
β. Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση κατά την οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των δύο συγκρουόμενων σωμάτων είναι μεταξύ τους παράλληλες
γ. Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
δ. Η ορμή ενός μονωμένου συστήματος σωμάτων δεν διατηρείται κατά τη διάρκεια μιας ανελαστικής κρούσης.
ε. Αν υ_1 και υ_2 είναι οι ταχύτητες πριν την κρούση και V_1, V_2 οι αντίστοιχες ταχύτητες μετά και η κρούση είναι ελαστική και κεντρική ισχύει $\upsilon_1 - \upsilon_2 = V_2 - V_1$.

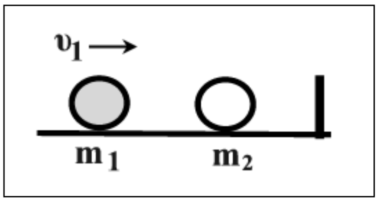
2.2 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες;
α. Μια κρούση δύο σωμάτων λέγεται κεντρική όταν οι διευθύνσεις των ταχυτήτων των κέντρων μάζας τους βρίσκονται στην ίδια ευθεία πριν την κρούση.
β. Ένα σύστημα σωμάτων μπορεί να έχει κινητική ενέργεια αλλά να μην έχει ορμή
γ. Στη μετωπική ελαστική κρούση σφαίρας μάζας m, ταχύτητας υ σε λείο κατακόρυφο τοίχο, το μέτρο μεταβολής της ορμής της είναι 2mυ.
δ. Σε μια ελαστική κρούση η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή σε όλη της διάρκεια της κρούσης
ε. Κατά την κεντρική ελαστική κρούση δύο σφαιρών, οι οποίες έχουν ίσες μάζες, οι σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες, κινητικές ενέργειες και ορμές.

2.3 Οι σφαίρες που φαίνονται στο σχήμα συγκρούονται μετωπικά και ελαστικά. Η m_1 κινείται με ταχύτητα υ_1 και η m_2 είναι αρχικά ακίνητη. Αν το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της μάζας m_1 που μεταφέρεται στη σφαίρα m_2 είναι 96% και είναι $m_1 > m_2$ τότε η σχέση των μαζών είναι:



α. $m_1=2m_2$ β. $m_1=3m_2$ **γ.** $m_1=1{,}5m_2$

2.4 Σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε διεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο κινείται σφαίρα μάζας m_1 με ταχύτητα μέτρου υ_1. Κάποια χρονική στιγμή η σφαίρα μάζας m_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας m_2 ($m_2 > m_1$). Μετά την κρούση με τη μάζα m_1, η m_2 συγκρούεται ελαστικά με τον τοίχο. Παρατηρούμε ότι η απόσταση των μαζών m_1 και m_2, μετά την κρούση της m_2 με τον τοίχο, παραμένει σταθερή. Ο λόγος των μαζών m_1/m_2



α. 3   β. 1   **γ.** 1/3

ΚΡΟΥΣΕΙΣ 3

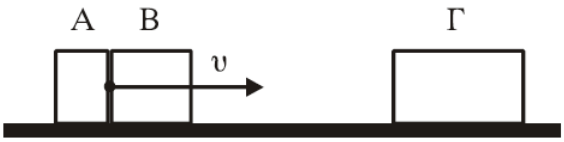
3.1.Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες;
α. Αν διπλασιαστεί η ορμή ενός σώματος τότε η κινητική του ενέργεια τετραπλασιάζεται.
β. Η κρούση δύο θετικά φορτισμένων σωματιδίων μπορεί να είναι απολύτως ελαστική.
γ. Μπορεί να υπάρχει σύστημα που να έχει ορμή αλλά όχι κινητική ενέργεια.
δ. Μπορεί να υπάρχει σύστημα που να έχει κινητική ενέργεια αλλά όχι ορμή.
ε. Σε κάθε κρούση η ενέργεια διατηρείται σταθερή.
στ. Οι εσωτερικές δυνάμεις ενός συστήματος δεν μπορούν να του μεταβάλλουν την ορμή αλλά μπορούν να του μεταβάλλουν την κινητική ενέργεια.
ζ. Σε μια πλάγια ελαστική κρούση δύο ίσων μαζών συμβαίνει ανταλλαγή ταχυτήτων.
η. Σκέδαση ονομάζεται η κρούση στο μικρόκοσμο.

Μονάδες 8

3.2. Κατά την κεντρική ανελαστική κρούση δύο σφαιρών (οι οποίες κατά τη διάρκεια της κρούσης αποτελούν μονωμένο σύστημα), διατηρείται σταθερή :
α. η κινητική ενέργεια κάθε σφαίρας
β. η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών
γ. η ορμή κάθε σφαίρας
δ. η ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών.

Μονάδες 5

3.3 Δύο σώματα, το Α με μάζα m_1 και το Β με μάζα m_2, είναι διαρκώς σε επαφή και κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την ίδια ταχύτητα υ. Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά με σώμα Γ μάζας $4m_1$, το οποίο αρχικά είναι ακίνητο. Μετά την κρούση το Α σταματά, ενώ το Β κολλάει στο Γ και το συσσωμάτωμα αυτό κινείται με ταχύτητα υ/3. Τότε θα ισχύει:



α. $\frac{m_1}{m_2}=2$ **β.** $\frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{2}$ **γ.** $\frac{m_1}{m_2}=1$

Μονάδες 7

3.4 Δύο σώματα Α και Β με μάζες m και 4m αντίστοιχα, κινούνται πάνω στην ίδια ευθεία με αντίθετη φορά. Τα δύο σώματα έχουν ίσες κινητικές ενέργειες και συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Αν $υ_1$ είναι το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Α και V το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος που δημιουργείται μετά την κρούση, τότε:

α. $V= υ_1/5$ β. $V=2υ_1/5$ γ. $V=3υ_1/5$

Μονάδες 15

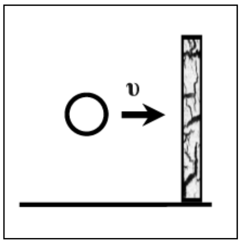
3.5 Σφαίρα Α μάζας m_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Β, μάζας m_2. Αν οι μάζες είναι $m_2=4m_1$, τότε το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας που μεταφέρεται από την Α στη Β είναι

(α) 75%   (β) 45%   **(γ)** 64%

Μονάδες 15

ΚΡΟΥΣΕΙΣ 4

4.1 Τρεις σφαίρες Α, Β, Γ, πέφτουν κάθετα στον ίδιο τοίχο με την ίδια ταχύτητα υ. Η Α κάνει κρούση ελαστική, η Β ανελαστική και η Γ πλαστική. Η χρονική διάρκεια της κρούση είναι η ίδια και στις τρεις περιπτώσεις. Να κατατάξετε τις μέσες τιμές της δύναμης που δέχεται ο τοίχος σε όλες τις περιπτώσεις



α. $F_A<F_B<F_\Gamma$ β. $F_A<F_\Gamma<F_B$ γ. $F_A>F_B>F_\Gamma$

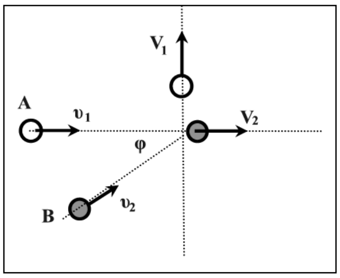
Μονάδες 8

4.2 Δύο σώματα με ίσες μάζες $m_1=m_2=m$ και ορμές των οποίων τα μέτρα είναι ίσα με p κινούνται σε διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους και συγκρούονται πλαστικά. Η μείωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος είναι ίση με

α. p^2/m **β.** $p^2/2m$ γ. $p^2/4m$

Μονάδες 8

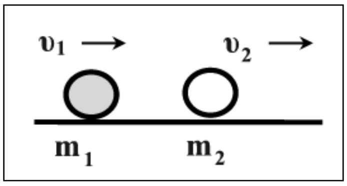
4.3 Στην κρούση, που φαίνεται στο σχήμα, οι σφαίρες Α και Β έχουν ίσες μάζες $m_1=m_2=m$ και ταχύτητες ίσων μέτρων $υ_1=υ_2=υ=2m/s$ ενώ η γωνία φ έχει ημφ=0,6 και συνφ=0,8. Μετά την κρούση οι σφαίρες έχουν τις κατευθύνσεις που φαίνονται στο σχήμα. Ο λόγος των ταχυτήτων V_1/V_2 μετά την κρούση είναι



(α) $V_1/V_2= 1/3$ (β) $V_1/V_2=3$ (γ) $V_1/V_2= 1/6$

Μονάδες 14

4.4 Οι σφαίρες $Σ_1$, $Σ_2$ με μάζες m_1 και m_2 που φαίνονται στο σχήμα κινούνται με ταχύτητες $υ_1=2υ$ και $υ_2=½υ$ και συγκρούονται μετωπικά και ελαστικά. Αν το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της μάζας m που μεταφέρεται στη σφαίρα Μ είναι 75% τότε η σχέση των μαζών είναι:



α. $m_2= m_1$ **β.** $m_1=2m_2$ γ. $m_1=8m_2$

Μονάδες 20

ΚΡΟΥΣΕΙΣ 5

5.1 Σε μια ελαστική κρούση δύο σωμάτων
α. ένα μέρος της κινητικής ενέργειας μετατρέπεται σε θερμική.
β. η ορμή κάθε σώματος παραμένει σταθερή.
γ. η κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή σε όλη τη διάρκεια της κρούσης.
δ. η κινητική ενέργεια του συστήματος πριν την κρούση ισούται με την κινητική ενέργεια μετά την κρούση.

Μονάδες 5

5.2 Μπάλα μάζας m που κινείται οριζόντια συγκρούεται με κατακόρυφο ακλόνητο τοίχο με ταχύτητα υ και ανακλάται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου, υ/2.
α. Η μεταβολή ορμής της μπάλας είναι μηδέν.
β. Η κρούση είναι ελαστική.
γ. Το μέτρο μεταβολής της ορμής της μπάλας είναι 3mυ/2.
δ. Η κινητική ενέργεια του συστήματος «μπάλα – τοίχος» διατηρείται σταθερή

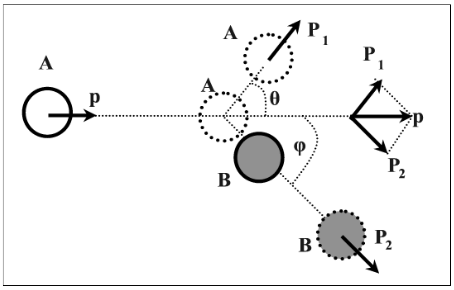
Μονάδες 5

5.3 Σώμα $Σ_1$ μάζας m_1 ταχύτητας $υ_1$=υ συγκρούεται μετωπικά ελαστικά με ακίνητο σώμα $Σ_2$ πολύ μικρότερης μάζας m_2. Μετά την κρούση το σώμα $Σ_2$ αποκτάει ταχύτητα σχεδόν

α. υ β. 2υ γ. 3υ

Μονάδες 20

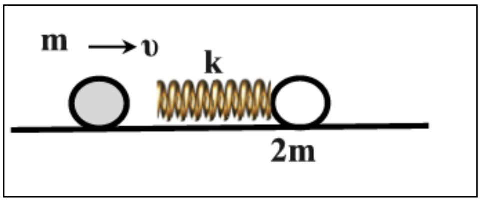
5.4 Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σφαίρα μάζας m_1 =m, κινούμενη με ταχύτητα $υ_1=\mathbf{υ}$,συγκρούεται ελαστικά αλλά όχι κεντρικά με δεύτερη όμοια σφαίρα μάζας $m_2 = m$, που είναι αρχικά ακίνητη. Μετά την κρούση οι σφαίρες έχουν ταχύτητες μέτρων $υ_1$ και $V_2 = V_1/\sqrt{3}$, αντίστοιχα.
Να βρείτε τη γωνία $φ$ που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας V_2 με το διάνυσμα της ταχύτητας V_1 και να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων V_1 και V_2 συναρτήσει της υ.



Μονάδες 20

ΚΡΟΥΣΕΙΣ 6

6.1. Το σώμα μάζας m κινείται με ταχύτητα υ και συγκρούεται χωρίς απώλειες ενέργειας με το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου σταθεράς k που είναι δεμένο στο σώμα μάζας 2m και είναι αρχικά ακίνητο.



I Η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου είναι

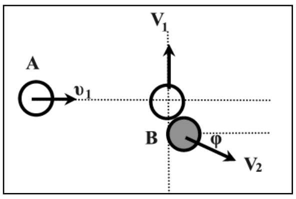
(α) x= υ $\sqrt{2m/3k}$ (β) x= $\frac{\upsilon}{2}\sqrt{7m/k}$ (γ) x= $\frac{\upsilon}{3}\sqrt{6m/k}$

II. Οι ταχύτητες των δύο σφαιρών όταν το ελατήριο θα έχει αποκτήσει και πάλι το φυσικό του μήκος θα είναι

(α) –υ/3, 2υ/3   (β) -υ/2, υ/3   (γ) -3υ/4, 3υ/4

Μονάδες 20

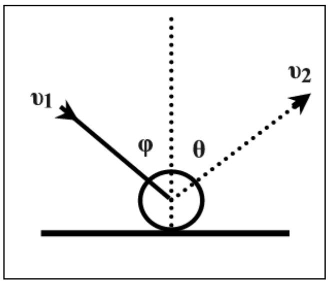
6.2 Σφαίρα $Σ_1$ κινείται με ταχύτητα μέτρου $υ_1=10\sqrt{3}$m/s και συγκρούεται έκκεντρα με άλλη ακίνητη σφαίρα $Σ_2$, διπλάσιας μάζας. Μετά την κρούση η $Σ_1$ κινείται με ταχύτητα που είναι V_1 κάθετη στην αρχική της και η ταχύτητα V_2 της $Σ_2$ σχηματίζει γωνία φ= 30^0 με την αρχική κατεύθυνση της $Σ_1$.



I. Να βρείτε τα μέτρα των ταχυτήτων των σφαιρών V_1 και V_2 μετά την κρούση
II. Να εξετάσετε αν η κρούση είναι ελαστική

Μονάδες 20

6.3 Μια μπάλα μάζας m συγκρούεται ελαστικά με λείο οριζόντιο πάτωμα με την ταχύτητά της $υ_1$ να σχηματίζει γωνία φ με την κάθετο στο πάτωμα και ανακλάται με ταχύτητα $υ_2$ υπό γωνία θ με την κάθετο.



I. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι οι σωστές και ποιες λανθασμένες;
α. Η ορμή της σφαίρας διατηρείται σταθερή.
β. Η ορμή της σφαίρας στον οριζόντιο άξονα διατηρείται σταθερή.
γ. Για τα μέτρα των ταχυτήτων ισχύει $\boldsymbol{υ_1=υ_2}$.
δ. Για τις γωνίες πρόσπτωσης και ανάκλασης ισχύει φ=θ.
ε. Η κινητική ενέργεια της σφαίρας διατηρείται σταθερή μόλις πριν και αμέσως μετά την κρούση.
στ. Η κινητική ενέργεια της σφαίρας διατηρείται σταθερή σε όλη τη διάρκεια της κρούσης.

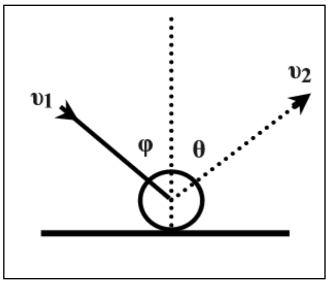
II. Αν η κρούση διαρκεί χρόνο Δt, η μέση δύναμη που δέχεται η σφαίρα από το πάτωμα έχει μέτρο

(α) $F= mg - \frac{2mυ_1συνφ}{Δt}$ (β) $F= mg + \frac{2mυ_1συνφ}{Δt}$ (γ) $F= \frac{2mυ_1συνφ}{Δt}$

Μονάδες 10

ΚΡΟΥΣΕΙΣ 7

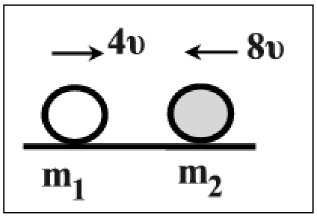
7.1 Μια σφαίρα με ορμή p συγκρούεται πλάγια αλλά ελαστικά με ακλόνητη, χαλύβδινη οριζόντια επιφάνεια υπό γωνία $\varphi=60^0$ ως προς την κάθετο στην επιφάνεια και ανακλάται. Το μέτρο μεταβολής της ορμής της σφαίρας είναι:



α. $p\sqrt{2}$ **β.** p γ. $p\sqrt{3}$

Μονάδες 10

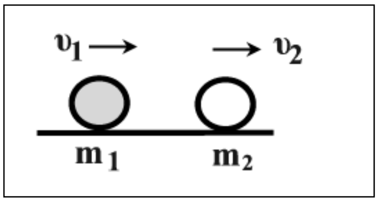
7.2 Οι δύο σφαίρες κινούνται χωρίς τριβές αλλά κατά αντίθετη φορά πάνω σε μια ευθεία και συγκρούονται μετωπικά και μετά την κρούση μένουν ενωμένες και ακίνητες. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές:



α. Για τις μάζες τους ισχύει $m_1=2m_2$.
β. Η κινητική ενέργεια της κάθε σφαίρας μετατράπηκε σε θερμότητα.
γ. Η ορμή του συστήματος πριν από την κρούση είναι μηδέν.
δ. Για τις μεταβολές της ορμής των σφαιρών ισχύει $\Delta\vec{p}_1=-\Delta\vec{p}_2$
ε. Για τις μεταβολές της κινητικής τους ενέργειας ισχύει $\Delta K_1+\Delta K_2=0$

Μονάδες 10

7.3 Οι σφαίρες που φαίνονται στο σχήμα συγκρούονται μετωπικά και ελαστικά με ταχύτητες $\upsilon_1=2\upsilon$ και $\upsilon_2=\upsilon$.



I. Αν είναι $m_1=m_2$ τότε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας m_1 που μεταβιβάζεται στη m_2 είναι:

α. 50% **β. 75%** γ. 90%

II. Αν το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας m_1 που μεταφέρεται στη σφαίρα m_2 είναι 91% και η ταχύτητα της m_1 μετά την κρούση έχει την ίδια κατεύθυνση με αυτήν πριν την κρούση, τότε η σχέση των μαζών είναι:

(α) $7m_1=3m_2$ (β) $5m_1=3m_2$ (γ) $m_1=2m_2$

Μονάδες 20

7.4 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν και αναφέρονται σε κρούση απομονωμένο συστήματος είναι σωστές ή λανθασμένες
(α) Σε μια κρούση δύο σφαιρών οι εσωτερικές δυνάμεις δεν μπορούν να αλλάξουν την κινητική ενέργεια του συστήματος αυτών.
(β) Σε μια ελαστική κρούση το συνολικό έργο των εσωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν.
(γ) Σε κάθε κρούση ο ρυθμός μεταβολής της ορμής κάθε σώματος είναι μηδέν.
(δ) Σε ελαστική κρούση με ακλόνητο τοίχο η ορμή της σφαίρας διατηρείται σταθερή
(ε) Σε μετωπική κρούση με ακλόνητο κατακόρυφο τοίχο το μέτρο της μεταβολής της σφαίρας είναι μεγαλύτερο αν η κρούση είναι ελαστικά παρά ανελαστική.

Μονάδες 10

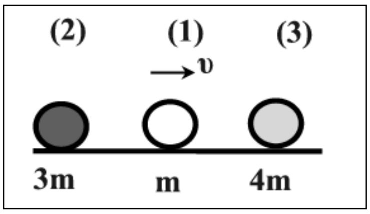
ΚΡΟΥΣΕΙΣ 8

8.1 Σώμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου υ. Στην πορεία συγκρούεται μετωπικά με άλλο σώμα και επιστρέφει κινούμενο με ταχύτητα μέτρου 2υ. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του είναι:

α. 0.   β. mυ.   γ. 3mυ

Μονάδες 10

8.2 Τρεις σφαίρες, (1), (2), (3) με μάζες m, 3m, 4m αντιστοίχως ηρεμούν αρχικά σε λείο οριζόντιο επίπεδο με τα κέντρα τους στην ίδια ευθεία. Η σφαίρα (1) εκτοξεύεται με ταχύτητα υ προς τη σφαίρα (3). Όλες οι κρούσεις που συμβαίνουν είναι μετωπικές και ελαστικές. Ο συνολικός αριθμός των κρούσεων είναι:



α. Μια   **β.** Δύο   γ. Τρεις

Μονάδες 15

8.3 Δύο σώματα Α και Β με μάζες m_A και m_B, αντίστοιχα, συγκρούονται μετωπικά. Οι ταχύτητές τους πριν και μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνονται στο διπλανό διάγραμμα.

(α) Συμπεραίνουμε ότι η κρούση είναι ελαστική.
(β) Συμπεραίνουμε ότι η κρούση είναι ανελαστική.
(γ) Δεν γνωρίζουμε το είδος της κρούσης επειδή δεν επαρκούν τα δεδομένα.

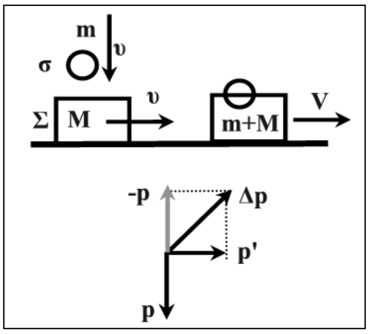
Μονάδες 10

8.4 Σώμα μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα μέτρου v_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2. Είναι δυνατό μετά την κρούση οι ταχύτητες των δύο σωμάτων, αντίστοιχα V_1 και V_2, να συνδέονται μέσω της σχέσης $V_1 = \frac{2V_2}{3}$;

(α) ναι, αλλά μόνο αν $m_2 < m_1$
(β) όχι
(γ) ναι, αλλά μόνο αν $m_2 > m_1$

Μονάδες 15

ΚΡΟΥΣΕΙΣ 9



9.1 Το σώμα Σ μάζας Μ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα υ και άλλο σώμα, σ, μάζας m, πέφτει πάνω του, ενώ κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω. Η σχέση των μαζών είναι M=3m. Τη στιγμή της σύγκρουσης το σ έχει επίσης ταχύτητα μέτρου, υ. Το συσσωμάτωμα αποκτάει κοινή ταχύτητα, V.

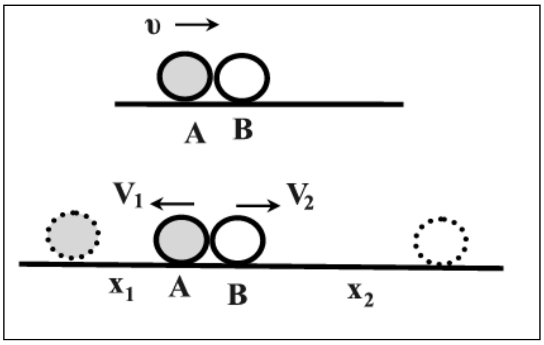
I. Το μέτρο μεταβολής της ορμής του συστήματος των δύο σωμάτων είναι

(α) |Δp|=0   (β) |Δp|=mυ   (γ) |Δp|=½mυ

II. Το μέτρο της μεταβολής ορμής του σώματος, σ, είναι

(α) |Δp|= $\frac{1}{5}$ m υ   (β) |Δp|= mυ√3   **(γ)** |Δp|= $\frac{5m\upsilon}{4}$

Μονάδες 20



9.2 Η σφαίρα Α μάζας m_1 συγκρούεται μετωπικά ελαστικά με την ακίνητη σφαίρα Β μάζας m_2. Μετά την κρούση οι δύο σφαίρες κινούνται αντίρροπα και διανύουν διαστήματα x_1 και x_2 με $x_2=4x_1$ μέχρι να σταματήσουν. Ο συντελεστής τριβής των σφαιρών με το πάτωμα είναι κοινός και για τις δυο σφαίρες. Για τις κινητικές ενέργειες των σφαιρών μετά την κρούση K_1' και K_2' ισχύει

(α) $K_2'=2K_1'$ (β) $K_2'=4K_1'$ **(γ)** $K_2'=8K_1'$

Μονάδες 20

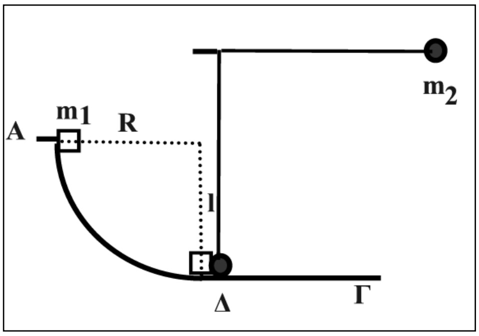
9.3 Δύο όμοιες σφαίρες ίσης μάζας συγκρούονται μετωπικά και ελαστικά με ταχύτητες υ_1=2m/s και υ_2=–3m/s. Μετά την κρούση οι ταχύτητες θα είναι:

α. V_1=3m/s και V_2=2m/s   γ. V_1=3m/s και V_2=–2m/s

β. V_1=–3m/s και V_2=–2m/s   δ. V_1=–3m/s και V_2=2m/s

Μονάδες 10

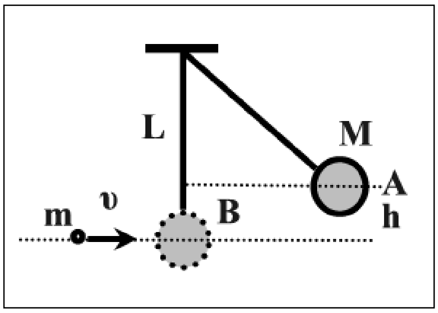
ΚΡΟΥΣΕΙΣ 10



10.1 Σώμα, $Σ_1$, μάζας m_1=3kg αφήνεται να ολισθήσει από την κορυφή Α ενός κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου ακτίνας R=0,9m. Όταν το σώμα φτάνει στο σημείο Δ του τεταρτοκυκλίου, έχει χάσει τη μισή από την αρχική δυναμική του ενέργεια λόγω τριβών. Εκεί συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με σώμα $Σ_2$, μάζας m_2=1kg, το οποίο κρέμεται από αβαρές νήμα μήκους L=1,8m και έχει αφεθεί ελεύθερο από την οριζόντια θέση.
Να υπολογιστούν:
Α. Η ταχύτητα του σώματος $Σ_1$ όταν φτάνει στο σημείο Δ, μόλις πριν την κρούση.
Β. Οι ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση.
Γ. Οι μεταβολές ορμής των δύο σωμάτων κατά την ελαστική κρούση.
Δ. Να εξετάσετε αν μετά την κρούση το σώμα m_2 μπορεί να κάνει ανακύκλωση δηλαδή να φτάσει σε ύψος 2L από το οριζόντιο επίπεδο με το νήμα τεντωμένο.
Δίνεται $g=10m/s^2$. Η δυναμική ενέργεια του σώματος m_1 μετριέται ως προς το οριζόντιο επίπεδο ΔΓ.

α. 3m/s, β. -1,5m/s, 7,5m/s. γ. |Δp|=13,5kgm/s, δ. οχι

Μονάδες 25



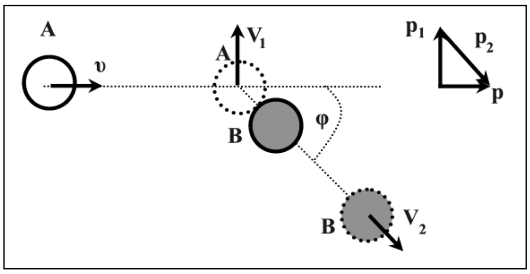
10.2 Κομμάτι ξύλου μάζας M=4kg είναι δεμένο στο ένα άκρο νήματος μήκους l=2m, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Το ξύλο ισορροπεί με το νήμα κατακόρυφο. Βλήμα μάζας m=1kg που κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ, σφηνώνεται στο ξύλο. Το σύστημα βλήμα - ξύλο εκτρέπεται, ώστε το συσσωμάτωμα να φτάσει σε ύψος h=0,8m πάνω από το οριζόντιο επίπεδο που αρχικά ισορροπούσε το Μ.
Να υπολογιστούν:
Α. Η αρχική ταχύτητα, υ, του βλήματος.
Β. Το ποσοστό, %, της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση.
Γ. Το μέτρο της τάσης του νήματος αμέσως μετά την κρούση και ενώ το νήμα παραμένει ακόμα κατακόρυφο.
Δ. Η στροφορμή του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση ως προς το άκρο του νήματος Ο.
Ε. Στην περίπτωση που η κρούση των δύο σωμάτων ήταν κεντρική και ελαστική και το βλήμα είχε αρχική ταχύτητα υ=20m/s, θα ήταν δυνατό για το σώμα Μ να κάνει ανακύκλωση; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. Δίνεται $g=10m/s^2$.

α. 20m/s, β. 80%, γ. 90N, δ. όχι

Μονάδες 25

ΚΡΟΥΣΕΙΣ 11

11.1 Η σφαίρα Α μάζας m_1 συγκρούεται με ταχύτητα υ με την αρχικά ακίνητη σφαίρα, Β, μάζας m_2. Η κρούση θεωρείται ελαστική. Μετά την κρούση η σφαίρα Α κινείται κάθετα στην αρχική της διεύθυνση με ταχύτηταV_1 και η Β με ταχύτητα V_2 υπό γωνία φ ως προς τον άξονα xx′. Κατά την κρούση η σφαίρα Α μεταβιβάζει το 25% της αρχικής της κινητικής ενέργειας στη σφαίρα Β. Ο λόγος των μαζών m_2/m_1 είναι:

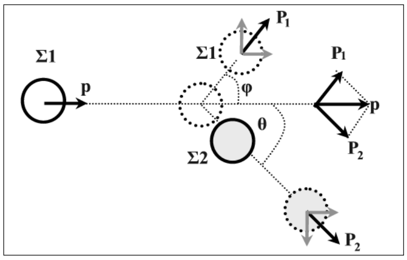


(α) 3   (β) 5   **(γ)** 7

* Κάνε χρήση του $K=p^2/2m$

Μονάδες 15

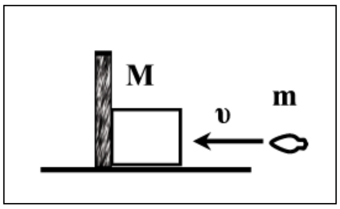
11.2 Σφαίρα (1) μάζας m_1=m κινούμενη πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $υ_1$, συγκρούεται έκκεντρα και ελαστικά με όμοια λεία σφαίρα (2), μάζας $m_2=m_1$ που αρχικά είναι ακίνητη. Η σφαίρα (1) εκτρέπεται κατά γωνία $φ=60^0$ σε σχέση με την αρχική της διεύθυνση και η σφαίρα (2) κατά $θ=30^0$ σε σχέση με την αρχική διεύθυνση της σφαίρας (1). Το ποσοστό μείωσης της κινητικής ενέργειας της σφαίρας (1) είναι



(α) 25%   (β) 50%   **(γ) 75%**

Μονάδες 15

11.3 Στο διπλανό σχήμα βλήμα μάζας m που κινείται οριζόντια σφηνώνεται σε ακίνητο σώμα μάζας M=2m που ακουμπά σε τοίχο. Η ελάχιστη κινητική ενέργεια που απαιτείται για να σφηνωθεί όλο το βλήμα στο ξύλο υπό αυτές τις συνθήκες είναι **K.** Αν δεν υπάρχει τοίχος και το σώμα μάζας Μ είναι ελεύθερο να κινηθεί πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο, η ελάχιστη απαιτούμενη κινητική ενέργεια, K_{min} ώστε το βλήμα να σφηνωθεί όλο στο σώμα είναι:



(α) K/3   (β) 3K/2   **(γ)** 4K/3

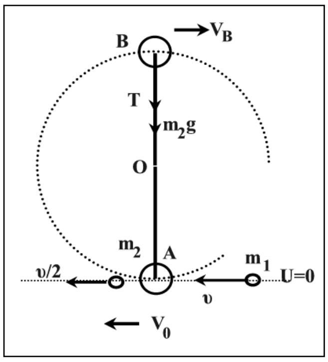
Μονάδες 10

11.4 Σώμα μάζας Μ πολύ μεγάλης μάζας που κινείται με ταχύτητα, υ, συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m πολύ μικρότερης της Μ. Μετά την κρούση η ταχύτητα του σώματος m θα είναι σχεδόν ίση με

(α) υ   (β) 2υ   (γ) ½υ   (δ) 4υ

Μονάδες 10

ΚΡΟΥΣΕΙΣ 12



12.1 Κομμάτι ξύλου μάζας m_2=4kg κρέμεται από ακλόνητο σημείο, με τη βοήθεια αβαρούς νήματος μήκους L=1m. Βλήμα μάζας m_1=1kg βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου υ διαπερνάει το ξύλο και βγαίνει με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ/2.

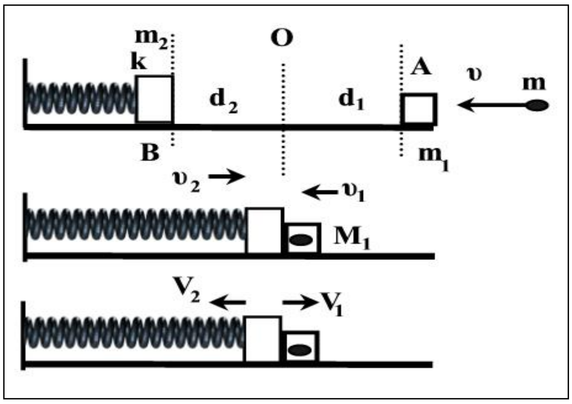
α. Να υπολογιστεί η ελάχιστη τιμή της ταχύτητας υ του βλήματος ώστε το ξύλο μετά την κρούση να διαγράψει κατακόρυφο κύκλο ακτίνας L, δηλαδή να κάνει ανακύκλωση.

β. Να υπολογιστεί η δύναμη του νήματος στην κατακόρυφη θέση αμέσως μετά την προηγούμενη κρούση

γ. Αν η κρούση είναι πλαστική και το συσσωμάτωμα διαγράφει μέγιστη γωνία $\theta + 90^0 = 120^0$, πόση πρέπει να είναι η ελάχιστη ταχύτητα του σώματος m_1;

Δίνεται το $g = 10m/s^2$. Η χρονική διάρκεια της κάθε κρούσης να θεωρηθεί αμελητέα, (dt→0).

Μονάδες 20



12.2 Βλήμα μάζας m κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα υ=16m/s συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα Α, μάζας m_1=3m που βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε απόσταση d_1=0,157m από σημείο Ο του επιπέδου στην ευθεία κίνησης του βλήματος, όπως φαίνεται στο σχήμα. Σώμα Β, μάζας M_2=4m είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Ο άξονας του ελατηρίου συμπίπτει με την διεύθυνση κίνησης του βλήματος. Αρχικά το ελατήριο είναι συμπιεσμένο ώστε το σώμα Β να απέχει απόσταση d_2 από το σημείο Ο που αντιστοιχεί στη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου. Τη στιγμή που το βλήμα προσκρούει στο σώμα Α, το σώμα Β αφήνεται ελεύθερο. Το συσσωμάτωμα βλήματος και σώματος Α κινούμενο με ταχύτητα $υ_1$ συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το Β τη στιγμή που το Β έχει μέγιστη ταχύτητα για πρώτη φορά. Να βρείτε:

α. Το μέτρο της ταχύτητας $υ_1$.

β. Το μέτρο της ταχύτητας V_2 του σώματος Β αμέσως μετά την κρούση με το συσσωμάτωμα.

γ. Την περίοδο ταλάντωσης του σώματος, Β.

δ. Το νέο πλάτος Α της ταλάντωσης του Β μετά την κρούση με το συσσωμάτωμα.

Δίνεται π=3,14

Μονάδες 30

ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ - ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ - ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ - ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

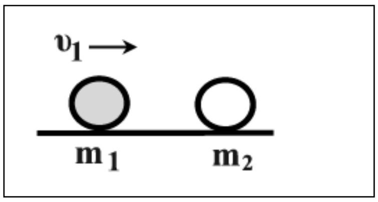
ΚΡΟΥΣΕΙΣ 1

1.1 Σωστά τα (α), (γ), (δ), (ζ)
1.2 Σωστά τα (α),(β), (ε), (στ), (η)
1.3 Σωστά τα (γ),(ε), (στ)
1.4 $V_1=-V_2 \rightarrow \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1 = -\frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1 \rightarrow \dots \mathbf{m_2=3m_1}$ (γ)
1.5
$K_\mu=\frac{1}{3}K_\pi \rightarrow \frac{1}{2}(M+m)V^2=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}m\upsilon^2 \rightarrow (M+m)V^2=\frac{1}{3}m\upsilon^2$ (1)
Από (ΑΔΟ)$\rightarrow m\upsilon=(M+m)V \rightarrow V=\frac{m\upsilon}{M+m}$ (2)

Από (1)(2)$\rightarrow \frac{m}{M}=\frac{1}{2}$ (β)

ΚΡΟΥΣΕΙΣ 2

2.1 (α,Σ)(β.Σ), (γΛ), (δΛ), ε,Σ)
2.2 (α,Σ,(β,Σ) (γ,Σ), (δ,Λ), (ε,Σ)
2.3 Αν το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της m_1 που μεταβιβάστηκε στη m_2 είναι 96% τότε στη σφαίρα m_1 απέμεινε το 4% της αρχικής της κινητικής ενέργειας, δηλαδή
$K_{1(\mu\varepsilon\tau\alpha)}=0{,}04K_{1(\pi\rho o)} \rightarrow \frac{1}{2}m_1V_1^2=0{,}04\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \rightarrow V_1=\pm 0{,}2\upsilon_1$
Επειδή το $m_1>m_2$ η σφαίρα m_1 διατηρεί την αρχική φορά κίνησης συνεπώς $V_1=+0{,}2\upsilon_1$



$V_1=0{,}2\upsilon_1 \rightarrow \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1=0{,}2\upsilon_1 \rightarrow \mathbf{m_1=\frac{3}{2}m_2}$. Άρα σωστό είναι το **(γ)**

2.4 Σταθερή απόσταση μετά την κρούση σημαίνει ότι τα μέτρα των ταχυτήτων V_1 και V_2 μετά την κρουση των m_1, m_2 είναι ίσα. Η κρούση της m_2 με τον τοίχο είναι ελαστική συνεπώς δεν αλλάζει το μέτρο της ταχύτητας V_2. Επίσης η $m_1<m_2$ ώστε
$V_2=-V_1 \rightarrow \frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1=-\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1 \rightarrow \dots m_1/m_2=1/3$ **(γ)**

2.5 (δ)

ΚΡΟΥΣΕΙΣ 3

2.1 (α,Σ)(β.Σ), (γΛ), (δΣ), (ε,Σ), (στ,Σ), (ζ,Λ), (η,Σ)

3.2 (δ)

3.3 $(m_1+m_) \cdot υ= (m_2+4m_1)\frac{υ}{3} \rightarrow …..\rightarrow m_1/m_2=2$ (α)

3.4 $K_1=K_2\rightarrow ½mυ_1^2= ½4mυ_2^2 \rightarrow υ_1=2υ_2$
ΑΔΟ→ $mυ_1-4mυ_2=5mV\rightarrow -mυ_1=5mV\rightarrow V=-υ_1/5 \rightarrow |V|=υ_1/5$ (α)

3.5 Σε κάθε ελαστική κρούση ισχύουν ταυτόχρονα η αρχή διατήρησης της ορμής (ΑΔΟ) και η αρχή διατήρησης της κινητικής ενέργειας (ΑΔΚΕ) για το σύστημα των δύο σωμάτων που συγκρούονται. Από αυτές τις σχέσεις προκύπτουν οι ταχύτητες μετά την κρούση που είναι:

$$V_1=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}υ_1 \qquad \text{και} \qquad V_2=\frac{2m_1}{m_1+m_2}υ_1$$

Στην ελαστική κρούση το μέρος της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Α που μεταβιβάζεται στη σφαίρα, Β είναι ίσο με την απόλυτη τιμή της μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Α. Το ποσοστό θα είναι:

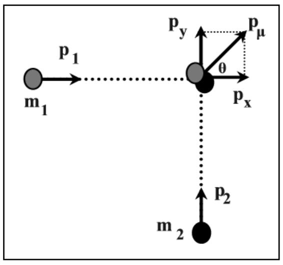
$$\frac{|\Delta K_1|}{K_{1προ}}100\% = \frac{|K_{1μετα}-K_{1προ}|}{K_{1προ}}100\%= \frac{|½m_1V_1^2-½m_1υ_1^2|}{½m_1υ_1^2}100\% = \left|\frac{V_1^2}{υ_1^2}-1\right|100\% =\left|\left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)^2-1\right|100\% =$$

$$\frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}100\% \rightarrow \quad \frac{|\Delta K_1|}{K_{1προ}}100\% =\frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}100\% = 64\%$$ Το **(γ)**

ΚΡΟΥΣΕΙΣ 4

4.1 Δp_A= mv-(-mv)= 2mv, Δp_B= mv΄-(-mv)= m(v+v΄) με v΄<v Δp_Γ= mv

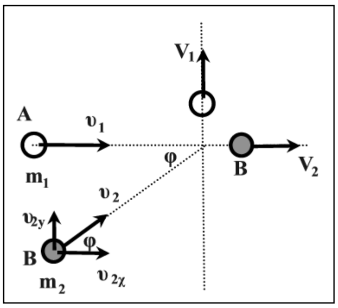
Αρα: $\Delta p_A > \Delta p_B > \Delta p_\Gamma \rightarrow F_A > F_B > F_\Gamma$ όπου $F=\frac{\Delta p}{\Delta t}$ με το χρόνο κρούσης ίδιο.   Άρα το **(γ)**



4.2 $\vec{p_\mu} = \vec{p_\pi} \rightarrow \mathbf{p_\mu}^2 = p_1^2 + p_2^2 \rightarrow p_\mu^2 = 2p^2$

$K_{\pi\rho o} = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} = \frac{p^2}{m}$ $K_\mu = \frac{p_\mu^2}{4m} = \frac{p^2}{2m}$ $|\Delta K| = |K_\mu - K_\pi| = \frac{p^2}{2m}$

Σωστό **(β)**



4.3 Από την ΑΔΟ στον άξονα xx′→

$p_{\pi\rho o,x} = p_{\mu\varepsilon\tau\alpha,x} \rightarrow m_1u_1 + m_2u_2\sigma\upsilon\nu\varphi = m_2V_2 \rightarrow V_2 = 1{,}6\upsilon$

Από την ΑΔΟ στον άξονα yy′:

$p_{\pi\rho o,y} = p_{\mu\varepsilon\tau\alpha,y} \rightarrow m_2u_2\ \eta\mu\varphi = m_1V_1 \rightarrow V_1 = 0{,}6\upsilon$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$ Σωστό το (α)

4.4 $K_\mu = 0{,}25K_\pi \rightarrow \frac{1}{2}m_1V_1^2 = \frac{1}{4}\,\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \rightarrow V_1 = \pm\frac{1}{2}\upsilon_1$

Για $V_1 = \frac{1}{2}\upsilon_1 = \upsilon$ και $\upsilon_2 = \frac{1}{2}\upsilon$ $V_1 = \frac{(m_1-m_2)\upsilon_1 + 2m_2\upsilon_2}{m_1+m_2} = \frac{\upsilon_1}{2} \rightarrow \mathbf{m_1 = 2m_2}$ (β)

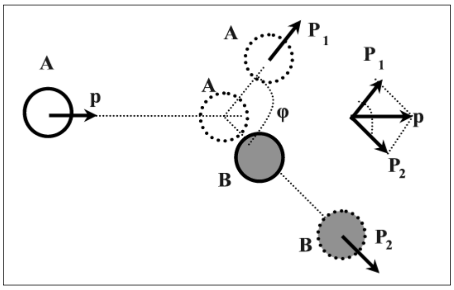
Το $V_1 = -\frac{1}{2}\upsilon_1$ οδηγεί σε άτοπο.

ΚΡΟΥΣΕΙΣ 5

5.1 (δ)

5.2 (γ)

5.3 $V_2 = \frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1 \xRightarrow{m_2 \ll m_1} V_2 = 2\upsilon_1 = 2\upsilon$ Άρα το **(β)**



5.4

ΑΔΚΕ$\rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon^2 = \frac{1}{2}m_1V_1^2 + \frac{1}{2}m_2V_2^2 \rightarrow \upsilon^2 = V_1^2 + V_2^2$ (1)

Από την ΑΔΟ ισχύει η διανυσματική σχέση $\vec{p} = \vec{p_1} + \vec{p_2}$.

Από αυτήν ισχύει η σχέση των μέτρων έχουμε:

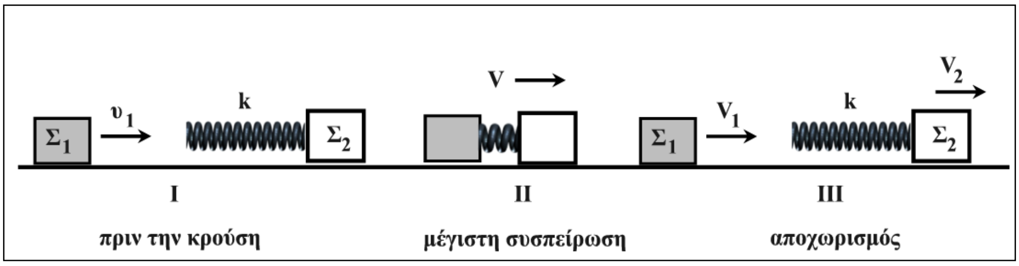
$p^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2\sigma\upsilon\nu\varphi \rightarrow \upsilon^2 = V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2\sigma\upsilon\nu\varphi \rightarrow$

$\rightarrow 2V_1V_2\sigma\upsilon\nu\varphi = 0 \rightarrow \boldsymbol{\varphi = 90^0}$

Από (1)→ $V_1 = \frac{1}{2}\upsilon\sqrt{3}$ και $V_2 = \frac{1}{2}\upsilon$

ΚΡΟΥΣΕΙΣ 6

6.1



Γράφω (ΑΔΟ) (I→II) $m_1\upsilon_1=m_1V+m_2V \rightarrow \mathbf{V=\frac{1}{3}}\,\upsilon_1$

Γράφω ΑΔΜΕ από (I) → (II): $\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2=\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2+\frac{1}{2}kx_m^2 \rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_1^2=\frac{1}{2}(3m)\frac{\upsilon_1^2}{9}+\frac{1}{2}kx_m^2 \rightarrow$

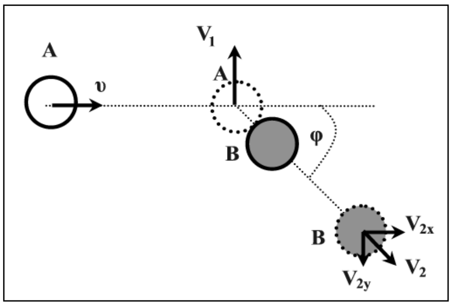
$\rightarrow x_m=\upsilon\sqrt{\frac{2m}{3k}}$ Σωστό το **(α)**

II. Από (I) στο (III) είναι μια ελαστική κρούση με το ένα σώμα αρχικά ακίνητο. Άρα

$V_1=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1=-\frac{\upsilon}{3}$ και $V_2=\frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1 \rightarrow V_2=\frac{2\upsilon}{3}$ Σωστό το **(α)**

6.2 (I) ΑΔΟ xx΄→ $mu_1=2mV_2\sigma\upsilon\nu30 \rightarrow V_2=10m/s$

ΑΔΟ yy΄ → $0=mV_1-2mV_{2y} \rightarrow V_1=2V_2\,\eta\mu\varphi \rightarrow V_1=10m/s$



II. $K_{\pi\rho o}=\frac{1}{2}mu_1^2=150m$

$K_{\mu\varepsilon\tau\alpha}=\frac{1}{2}mV_1^2+\frac{1}{2}2mV_2^2=150m$

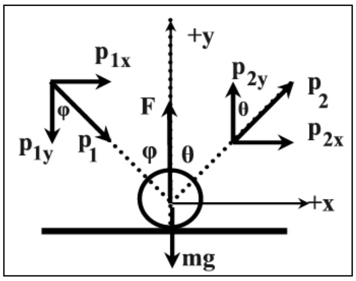
$K_{\pi\rho o}=K_{\mu\varepsilon\tau\alpha} \rightarrow$ Άρα ελαστική.

6.3 I. (αΛ), (β,Σ), (γ,Σ) (δ,Σ), (εΣ) (στ,Λ)

II. Σωστό (β)

ΚΡΟΥΣΕΙΣ 7

7.1 Η σφαίρα προσκρούει στο πάτωμα με ταχύτητα $υ_1$ υπό γωνία φ και ανακλάται με ταχύτητα $υ_2$ υπό γωνία, θ.



Στον άξονα x, η $ΣF_{εξ,x}=0 \rightarrow p_{1x}=p_{2x} \rightarrow mυ_{1x}=mυ_{2x} \rightarrow υ_{1x}=υ_{2x}$ (1)

Στον άξονα y θεωρούμε ότι συγκρούονται ελαστικά η σφαίρα μάζας, m με την ακίνητη Γη μάζας, M>>>m. Η σφαίρα ανακλάται στον άξονα y με ταχύτητα:

$υ_{2y} = \dfrac{m-M}{m+M}υ_{1y} \rightarrow υ_{2y} = -υ_{1y}$ (2)

$υ_1=\sqrt{υ_{1x}^2+υ_{1y}^2}$ και $υ_2=\sqrt{υ_{2x}^2+υ_{2y}^2}$ Από (1)(2)$\rightarrow$ $\mathbf{υ_1=υ_2=υ}$ (3)

από την $p_{1x}=p_{2x} \rightarrow mυ_1 ημφ=mυ_2 ημθ \overset{(3)}{\rightarrow} ημφ=ημθ \rightarrow$ $\mathbf{φ=θ=60^0}$

Η μεταβολή ορμής ισούται με τη μεταβολή ορμής μόνο στον άξονα των y άρα:

$Δp=Δp_y=p_{2y}-p_{1y}=mυσυνθ-(-mυσυνφ)=2pσυνθ=2p\dfrac{1}{2}=p \rightarrow$ $\mathbf{Δp=p}$

Σωστό είναι το **(β)**

7.2 (α,Σ) , (β,Σ), (γ,Σ), (δ,Σ), (ε,Λ)

7.3 Ι. Λόγω ίσων μαζών , ανταλλαγή ταχυτήτων, και $V_1=υ$ και $V_2=2υ$

$$\frac{|ΔK_1|}{K_{1προ}}100\% = \frac{|K_{1μετα}-K_{1προ}|}{K_{1προ}}100\% = \frac{|½m_1V_1^2-½m_1υ_1^2|}{½m_1υ_1^2}100\% = -75\%$$

Ότι χάνει η m_1 μεταβιβάζεται στη m_2 αφού η κρούση είναι ελαστική συνεπώς 75% άρα το (β)

ΙΙ. $K_{1(μετα)}=0{,}09K_{1(προ)} \rightarrow ½m_1V_1^2=0{,}09½m_1υ_1^2 \rightarrow V_1=\pm 0{,}3υ_1$

Επειδή η σφαίρα m_1 διατηρεί την αρχική φορά κίνησης συνεπώς $V_1=+0{,}3υ_1$

$V_1=0{,}3υ_1 \rightarrow V_1=\dfrac{(m_1-m_2)υ_1+2m_2υ_2}{m_1+m_2}=0{,}3υ_1 \rightarrow \ldots \rightarrow$ $\mathbf{7m_1=3m_2}$. Άρα σωστό είναι το **(γ)**

7.4 (α,Λ) , (β,Σ), (γ,Λ), (δ,Λ), (ε,Σ)

ΚΡΟΥΣΕΙΣ 8

8.1 $\Delta p = p_\tau - p_a = m2u-(-mu) \rightarrow \Delta p = 3mu$ (γ)

8.2 (1→3) $V_1 = \frac{m_1-m_3}{m_1+m_3}\upsilon_1 = -\frac{3\upsilon}{5}$ και $V_3 = \frac{2m_1}{m_1+m_3}\upsilon_1 \rightarrow V_3 = \frac{2\upsilon}{5}$

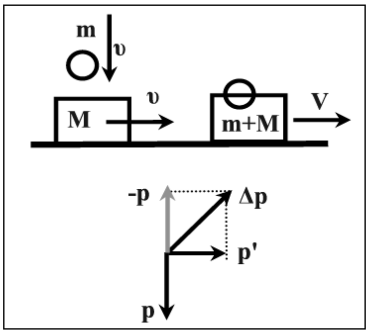
(1→2) $V_1{}' = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}V_1 = +\frac{3\upsilon}{10}$ $V_1{}' < V_2$ Άρα δεν θα προλάβει τη (2) ώστε να συγκρουστούν και πάλι και θα γίνουν τελικά μόνο 2 κρούσεις . Σωστό το (β).

8.3 Ισχύει πριν την κρουση: $\upsilon_1-\upsilon_2 = 2m/s$ και μετά $V_2 - V_1 = (1)-(-1) = 2m/s$

Άρα $\upsilon_1-\upsilon_2 = V_2-V_1$ συνεπως η κρούση είναι ελαστική (α)

8.4 $V_1 = \frac{2V_2}{3} \rightarrow \frac{m_1-m_3}{m_1+m_3}\upsilon_1 = \frac{2}{3}\cdot\frac{2m_1}{m_1+m_3}\upsilon_1 \rightarrow 3m_2 = -m_1$ Αρα άτοπο , Άρα **(β)**

ΚΡΟΥΣΕΙΣ 9



9.1 I. Η ορμή του συστήματος διατηρείται μόνο στον άξονα x, $\Delta p_\chi = 0$. Στον άξονα y μεταβάλλεται διότι δεν έχει ορμή στον άξονα αυτόν μετα την κρούση. Άρα η μεταβολή της ορμής του συστήματος είναι

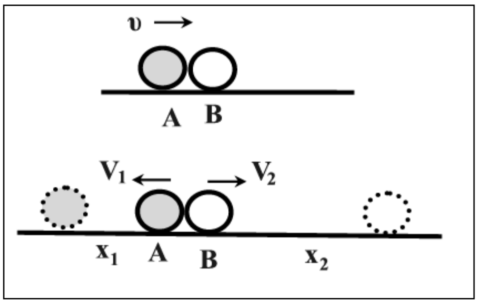
$\Delta p_{\sigma\upsilon\sigma} = \Delta p_y = 0 - m\upsilon = -m\upsilon \rightarrow |\boldsymbol{\Delta p_{\sigma\upsilon\sigma}}| = \boldsymbol{m\upsilon}$. (β)

II. Από την ΑΔΟ στον άξονα x: $p_{\pi\rho o} = p_{\mu\varepsilon\tau} \rightarrow M\upsilon = (M+m)V \rightarrow V = \frac{3\upsilon}{4}$

Η μεταβολή της ορμής του σώματος, σ, είναι:

$$\vec{\Delta p_1} = \vec{p_{1\mu}} - \vec{p_{1\alpha}} = \vec{p_{1\mu}} + (-\vec{p_{1\alpha}})$$

$$|\Delta p_1|^2 = |-p_{1\alpha}|^2 + |p_{1\mu}|^2 \rightarrow (m\upsilon)^2 + (mV)^2 = m^2\upsilon^2 + m^2\frac{9\upsilon^2}{16} = \frac{25m^2\upsilon^2}{16} \rightarrow |\boldsymbol{\Delta p_1}| = \boldsymbol{\frac{5m\upsilon}{4}} \quad \textbf{(γ)}$$



9.2 Από το ΘΜΚΕ για την κάθε σφαίρα μετά την κρούση:

$W_T = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \rightarrow -\mu m_1 g x_1 = -½m_1V_1^2 \rightarrow x_1 = V_1^2/2\mu g$ (1)

$W_T = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \rightarrow -\mu m_2 g x_2 = -½m_2V_2^2 \rightarrow x_2 = V_2^2/2\mu g$ (2)

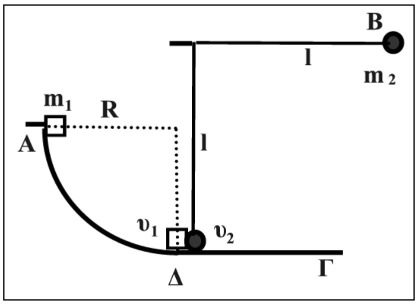
(1)(2)→ $x_2 = 4x_1 \rightarrow \frac{V_2^2}{2\mu g} = 4\frac{V_1^2}{2\mu g} \rightarrow V_2 = -2V_1$ διότι κινούνται αντίθετα

$$V_2 = -2V_1 \rightarrow \frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1 = -2\cdot\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1 \rightarrow m_2 = 2m_1 \quad (3)$$

$$\frac{K_1{}'}{K_2{}'} = \frac{½m_1V_1^2}{½m_2V_2^2} = \frac{1}{8} \rightarrow \boldsymbol{K_2{}' = 8K_1}$$

9.3 (δ)

ΚΡΟΥΣΕΙΣ 10



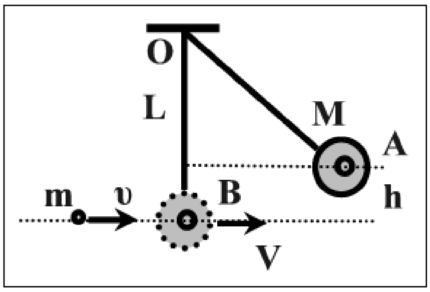
10.1 Α. $mgR + (-½mgR) = ½m\upsilon_1^2 \rightarrow \upsilon_1=3m/s$

Β. $m_2g\ell= ½m_2\upsilon_2^2 \rightarrow \upsilon_2=6m/s$.
Κρούση ελαστική,   με $\upsilon_1=3m/s$ και $\upsilon_2=-6m/s$
$V_1=\frac{(m_1-m_2)\upsilon_1+2m_2\upsilon_2}{m_1+m_2} \rightarrow V_1=-1,5m/s$
Ισχύει: $\upsilon_1-\upsilon_2= V_2-V_1 \rightarrow V_2= 7,5m/s$

Γ. $\Delta p_1=m_1V_1-m_1\upsilon_1 = -13,5kgm/s$ και $\Delta p_2=+13,5$ kgm/s

Δ. Για την ανακύκλωση: $F_\nu \geq 0$ (1) Στο ανώτατο σημείο: $F_\nu+m_2g= \frac{m^2V^2}{\ell}$ (2)

Από (1)(2)→ η απαιτούμενη ταχύτητα στο ψηλότερο σημειο πρέπει να είναι $V\geq 3\sqrt{2}m/s$
ΑΔΜΕ μετά την κρούση: $½m_2V_2^2= m_2g2\ell + ½m_2V^2 \rightarrow \ldots$ η V δεν είναι πραγματικός αριθμός συνεπώς δεν μπορεί να φτάσεις στο ψηλότερο σημείο με αυτήν την ταχύτητα.



10.2 Α ΑΔΟ: $m\upsilon=(M+m)V$ (1)
ΑΔΜΕ: $½(M+m)V^2= (M+m)gh$ (2) (1)(2)→ $\boldsymbol{\upsilon=4m/s}$

Β. $K_{\pi\rho o} =½m\upsilon^2=200J$ $K_{\mu\varepsilon\tau\alpha}= ½(M+m)V^2=40J$

$$\pi\%= \frac{\Delta K}{K_{\pi\rho o}}100\% \rightarrow \boldsymbol{\pi\%=80\%}$$

Γ. $F_\nu-(M+m)g= (M+m)\cdot \frac{V^2}{\ell} \rightarrow F_\nu=90N$

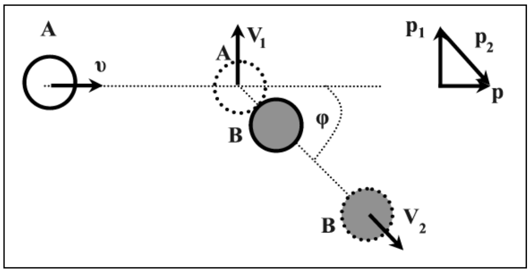
Δ. Στροφορμή $L_{(O)}= (M+m)V\cdot\ell=40kgm^2/s$

Ε. Ελαστική κρούση: $V= \frac{2m\upsilon}{M+m} \rightarrow V=8m/s$

Η ελάχιστη ταχύτητα στο ψηλότερο σημείο της τροχιάς είναι $\upsilon_{\varepsilon\lambda} =\sqrt{\ell g} =2\sqrt{5}m/s$
Με ΑΔΜΕ βρίσκω την απαιτούμενη ταχύτητα μετά την κρούση για να κάνει ανακύκλωση

$½(M+\mu)V_{\varepsilon\lambda}^{\ 2}= ½(M+m)\upsilon_{\varepsilon\lambda}^2+ (M+m)g2\ell \rightarrow V_{\varepsilon\lambda}= \sqrt{120}m/s>8m/s$.
Αρα δεν μπορεί να κάνει ανακύκλωση .

ΚΡΟΥΣΕΙΣ 11

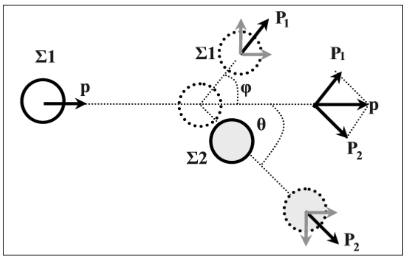


11.1 Είναι p η ορμή της A πριν την κρούση και p_1, p_2 οι ορμές των A και B μετά την κρούση:
Αφού δίνει το 25%, κρατάει το 75%. Άρα:

$K_1' = \frac{3}{4} K_1 \rightarrow \frac{p1^2}{2m1} = \frac{3}{4} \frac{p^2}{2m1} \rightarrow p_1^2 = \frac{3}{4} p^2$ (1)

Γράφω ΑΔΟ και από το τρίγωνο των ορμών:
$p_2^2 = p^2 + p_1^2$ (2)
Γράφω ΑΔΚΕ για το σύστημα:
$K = K_1 + K_2 \rightarrow \frac{p^2}{2m1} = \frac{p1^2}{2m1} + \frac{p2^2}{2m2} \rightarrow \frac{p^2}{2m1} - \frac{p1^2}{2m1} = \frac{p2^2}{2m2} \rightarrow \frac{p^2 - p_1^2}{2m1} = \frac{p_2^2}{2m_2} \rightarrow \frac{p^2 - p_1^2}{2m1} = \frac{p^2 + p_1^2}{2m_2} \rightarrow$

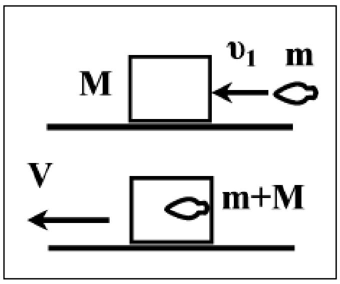
$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{\frac{7p^2}{4}}{\frac{p^2}{4}} \rightarrow \boldsymbol{\frac{m_2}{m_1} = 7}$$



11.2 Από την ΑΔΟ στον άξονα x έχουμε: $p = p_{1x} + p_{2x} \rightarrow m\upsilon = mV_{1x} + mV_{2x} \rightarrow \upsilon = V_1 συνφ + V_2 συνθ \rightarrow$
$\rightarrow \upsilon = V_1 \frac{1}{2} + V_2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow 2\upsilon = V_1 + V_2\sqrt{3}$ (1)
Από την ΑΔΟ στον άξονα x έχουμε: $0 = p_{1y} - p_{2y} \rightarrow V_1y = V_{2y} \rightarrow$
$V_1 ημφ = V_2 ημθ \rightarrow V_1 \frac{\sqrt{3}}{2} = V_2 \frac{1}{2} \rightarrow V_2 = V_1\sqrt{3}$ (2)
(1)(2)$\rightarrow 2\upsilon = V_1 + 3V_1 \rightarrow V_1 = \frac{\upsilon}{2}$ και $V_2 = \frac{\upsilon\sqrt{3}}{2}$

$K_{1προ} = ½ m_1 \upsilon^2 = ½ m\upsilon^2$ $K_{1μετα} = ½ m_1 V_1^2 = ½ m \frac{\upsilon^2}{4} = \frac{1}{4} K_{1προ}$
$|\Delta K_1| = K_{1προ} - K_{1μετα} = \frac{3}{4} K_{1προ}$

$$π\% = \frac{|\Delta K1|}{K1προ} 100\% \rightarrow \boldsymbol{π\% = 75\%}$$



11.3 Η ελάχιστη κινητική ενέργεια K για να σφηνωθεί όλο το βλήμα στο ακίνητο ξύλο ισούται με τη θερμότητα λόγω εσωτερικών τριβών βλήματος και ξύλου. Δηλ. Q=K.

Αν το σύστημα είναι ελεύθερο τότε ισχύει ΑΔΟ
$p_{προ} = p_{μετ} \rightarrow m\upsilon_1 = (m+M)V \rightarrow V = \frac{1}{3}\upsilon_1$
Η νέα ελάχιστη κινητική ενέργεια του βλήματος K_1 για να σφηνωθεί όλο το βλήμα στο ξύλο υπό τις νέες συνθήκες είναι $K_1 = ½ m\upsilon_1^2$
Οπότε η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση θα είναι:

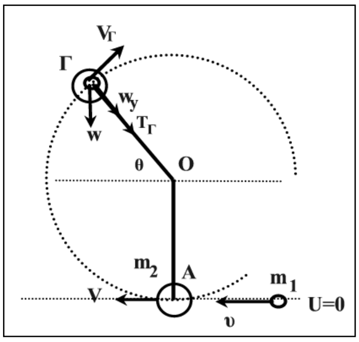
$$K_{συσ} = \frac{1}{2}(M+m)V^2 = \frac{1}{2} 3m \frac{\upsilon_1^2}{9} \rightarrow K_{συσ} = \frac{K_1}{3}$$

Από την ΑΔΕ κατά την κρούση: $K_1 = Q + K_{συσ} \rightarrow K_1 = K + K_{συσ} \rightarrow K_1 = K + \frac{K_1}{3} \rightarrow \boldsymbol{K_1 = \frac{3K}{2}}$ **(β)**

11.4 (β)

ΚΡΟΥΣΕΙΣ 12

12.1



α. Στην ανελαστική κρούση ισχύει η ΑΔΟ:

$m_1\upsilon = m_1\dfrac{\upsilon}{2} + m_2V_0 \rightarrow \upsilon = 8V_0$ (1)

Για να φτάσει όμως το σώμα m_2 στο σημείο Β με το νήμα τεντωμένο (Τ>0) θα πρέπει στο Β να έχει κάποια ταχύτητα, $V_B \neq 0$. Η περιοχή τιμών της ταχύτητας αυτής υπολογίζεται από την κεντρομόλο δύναμη:

$\Sigma F_B = \dfrac{m_2V_B^2}{L} \rightarrow T + m_2g = \dfrac{m_2V_B^2}{L} \rightarrow T = \dfrac{m_2V_B^2}{L} - m_2g \overset{T\geq 0}{\Rightarrow}$

$V_B \geq \sqrt{Lg} \rightarrow V_B \geq \sqrt{10}\text{m/s} \rightarrow V_{B,\varepsilon\lambda} = \sqrt{10}\text{m/s}$ (2)

Από τη ΑΔΜΕ για το m_2 από το σημείο Α στο Β μετά την κρούση, βρίσκουμε την ελάχιστη τιμή της ταχύτητας V_0:

$E_A = E_B \rightarrow \frac{1}{2}m_2V_0^2 = \frac{1}{2}m_2V_B^2 + m_2g\cdot 2L \rightarrow V_0 = \sqrt{V_B^2 + 4gL} \rightarrow V_{0,\varepsilon\lambda} = \sqrt{V_{B\varepsilon\lambda}^2 + 4gL} \rightarrow V_{0,\varepsilon\lambda} = \sqrt{50}\text{m/s}$ (3)

Από (1) (3)→ $\boldsymbol{\upsilon_{\varepsilon\lambda} = 8\sqrt{50}\textbf{m/s}}$

β. $\Sigma F = \dfrac{m_2V_0^2}{L} \rightarrow T - m_2g = \dfrac{m_2V_0^2}{L} \rightarrow T = m_2g + \dfrac{m_2V_0^2}{L} \rightarrow$ **$T=240N$**

γ. Στην πλαστική κρούση ισχύει η ΑΔΟ:

$m_1\upsilon = (m_1 + m_2)V_1 \rightarrow \upsilon = 5V_1$ (4)

Στο σημείο Γ: $\Sigma F_\Gamma = \dfrac{(m_1+m_2)V_\Gamma^2}{L} \rightarrow (m_1+m_2)g\eta\mu\theta + T_\Gamma = \dfrac{(m_1+m_2)V_\Gamma^2}{L} \rightarrow$

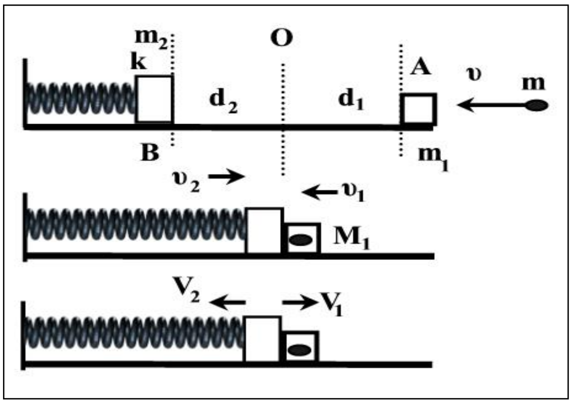
$T_\Gamma = \dfrac{(m_1+m_2)V_\Gamma^2}{L} - (m_1+m_2)g\eta\mu\theta$. Για να είναι το νήμα τεντωμένο θα πρέπει $T_\Gamma \geq 0$ και άρα $V_\Gamma \geq \sqrt{Lg\eta\mu\theta} \rightarrow V_\Gamma \geq \sqrt{5}$ m/s (5)

Από τη ΑΔΜΕ για το $M=(m_1+m_2)$ από το Α στο Γ μετά την κρούση, βρίσκουμε την ελάχιστη τιμή της ταχύτητας V_1 με τη βοήθεια και της (5):

$E_A = E_\Gamma \rightarrow \frac{1}{2}MV_1^2 = \frac{1}{2}MV_\Gamma^2 + Mg\cdot(L + L\eta\mu\theta) \rightarrow V_1 = \sqrt{V_\Gamma^2 + 3gL} \rightarrow V_{1,\varepsilon\lambda} = \sqrt{V_{\Gamma\varepsilon\lambda}^2 + 4gL} \rightarrow V_{1,\varepsilon\lambda} = \sqrt{35}\text{m/s}$

Από (4)→ $\boldsymbol{\upsilon_{\varepsilon\lambda} = 5\sqrt{35}\textbf{m/s}}$

12.2



α. Στην πλαστική κρούση γράφω ΑΔΟ: $m\upsilon=(m_1+m)\upsilon_1 \rightarrow \boldsymbol{\upsilon_1=4m/s}$.

β. Θεωρώ τη μάζα του συσσωματώματος $m+m_1=M_1=4\cdot m$. Στο σημείο Ο φτάνουν με αντίθετες κατευθύνσεις τα σώματα $M_1=4\cdot m$ με ταχύτητα υ_1 και το σώμα $M_2=4\cdot m$ με ταχύτητα υ_2. Η κρούση είναι ελαστική και μετωπική με ίσες μάζες, $M_1=M_2$, οπότε τα δύο σώματα ανταλλάσσουν ταχύτητες Από τις ΑΔΟ και ΑΔΚΕ και με επίλυση του συστήματος:

$V_2=\dfrac{(M_2-M_1)\upsilon_2+2M_1\upsilon_1}{M_1+M_2} \rightarrow$ **$V_2=\upsilon_1=4m/s$** με φορά προς τα αριστερά όπως ήταν η φορά του υ_1

γ. Το σώμα Β χρειάστηκε χρόνο, $t_1=T/4$ (Τ η περίοδος της ΑΑΤ) για να φτάσει στη θέση ισορροπίας Ο για πρώτη φορά. Τον ίδιο χρόνο όμως χρειάστηκε και το συσσωμάτωμα M_1 για να διανύσει την απόσταση d_1 με ταχύτητα υ_1.

$t_1=T/4$

$t_1=d_1/\upsilon_1 \rightarrow T=4d_1/\upsilon_1 \rightarrow \boldsymbol{T=0,157s}$

δ. Μετά την ελαστική κρούση η περίοδος των ΑΑΤ του σώματος Β δεν μεταβάλλεται, ενώ η μέγιστη ταχύτητα είναι η $V_2=4m/s$, στη θέση ισορροπίας, Ο. Άρα το νέο πλάτος Α της ΑΑΤ του σώματος Β είναι:

$V_2=A\omega \rightarrow V_2=A\dfrac{2\pi}{T} \rightarrow A=\dfrac{V_2T}{2\pi} \rightarrow \boldsymbol{A=0,1m}$